**Cap. 4- Variáveis aleatórias bidimensionais**

10 - Defina variável aleatória bidimensional.

11 - Desenhe o domínio da função distribuição conjunta de uma variável aleatória bidimensional.

12 - Que probabilidade nos é dada pela função distribuição conjunta?

13 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional. Se $F\_{X,Y}\left(3, 5\right)=1$, Então $F\_{X,Y}\left(2,1\right)\leq 1.$ Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa. Justifique, com recurso a gráficos, sem esquecer de referir o caso em que se verifica a igualdade.

14 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional. Se $F\_{X,Y}\left(5, 3\right)=1$, Então $F\_{XY}\left(4,3\right)=1.$ Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa e Justifique, com recurso a um gráfico.

15 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional. Se $F\_{X,Y}\left(5, 3\right)=1$, Então $F\_{XY}\left(5,2\right)\leq 1.$ Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa e Justifique, com recurso a um gráficos, sem esquecer de referir o caso em que se verifica a igualdade.

16 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional. Se $F\_{X,Y}\left(5, 3\right)=1$, Então $F\_{XY}\left(6,4\right)<1.$ Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa e Justifique, com recurso a um gráfico.

17 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional contínua. Se $F\_{X,Y}\left(1.5, 2.3\right)=1$, Então $F\_{Y}\left(2.3\right)\leq 1$. Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa e Justifique, com recurso a gráficos, sem esquecer de referir o caso em que se verifica a igualdade.

18 - Seja $\left(X, Y \right)$uma variável aleatória bidimensional contínua. Se $F\_{X,Y}\left(1.5, 2.3\right)=1$, Então $F\_{X}\left(1.5\right)\leq 1$. Diga se a afirmação é verdadeira ou falsa e Justifique, com recurso a gráficos, sem esquecer de referir o caso em que se verifica a igualdade.

19 - Considere a experiência aleatória que consiste no lançamento um dado seguido do lançamento de uma moeda. Sejam $X$ e $Y$ as variáveis aleatórias que representam o número na face do dado e saída de face$ \left(Y=1\right)$ou coroa $ \left(Y=0\right)$ . Defina o conjunto $D\_{X,Y}$ .

20 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ discreta. Qual a expressão da função probabilidade marginal de $X$? Interprete.

21 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ discreta. Qual a expressão da função probabilidade marginal de $Y$? Interprete.

22 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ discreta. Qual a expressão da função distribuição marginal de $X$? Interprete.

23 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ discreta. Qual a expressão da função distribuição marginal de $Y$? Interprete.

24 - Seja $\left(X,Y\right)$uma variável aleatória bidimensional discreta. Qual a condição que garante que as variáveis aleatórias $X$ e $Y$ são independentes.

25 - Seja $\left(X,Y\right)$uma variável aleatória bidimensional. Se $X$ e $Y$ são variáveis aleatórias independentes, as variáveis $X^{2}$ e $Ln\left(Y\right)$ também o são?

26 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta. Defina o conjunto $D\_{X,Y}$ .

27 - Quais as condições a verificar para que $\left(X,Y\right)$ seja uma variável aleatória bidimensional discreta.

28 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta. Defina função de probabilidade conjunta.

29 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta tais que $D\_{X}=\left\{1,\cdots ,5\right\}, $

$D\_{Y}=\left\{0,1,2\right\}$. Escreva a expressão de cálculo da $P\left(Y<2\right)$.

30 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta tais que $D\_{X}=\left\{1,\cdots ,5\right\}, $

$D\_{Y}=\left\{0,1,2\right\}$. Escreva a expressão de cálculo da $P\left(X<2\right)$.

30- Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua. Quais o domínio e contradomínio da respectiva função distribuição conjunta? Justifique devidamente.

31 - Seja $\left(X,Y\right)$uma variável aleatória bidimensional contínua. Qual a condição que garante que as variáveis aleatórias $X$ e $Y$ são independentes.

32 - Quais as condições a verificar para que $\left(X,Y\right)$ seja uma variável aleatória bidimensional contínua.

33- Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Como calcula a função densidade de probabilidade marginal de $X$? Interprete.

34 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Como calcula a função densidade de probabilidade marginal de $Y$? Interprete.

35 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Como calcula a função distribuição marginal de $X$? Interprete.

36 - Considere a variável aleatória bidimensional $\left(X,Y\right)$ contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Como calcula a função distribuição marginal de $Y$? Interprete.

37 - Seja $\left(X,Y\right)$uma variável aleatória bidimensional contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Qual a condição que garante que as variáveis aleatórias $X$ e $Y$ são independentes.

38 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua. Defina a função densidade de probabilidade conjunta.

39 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Escreva a expressão de cálculo da função densidade probabilidade de $X$ condicionada por $Y$.

40 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Escreva a expressão de cálculo da função densidade probabilidade de $Y$ condicionada por $X$.

41 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Se $X$ e $Y$ são independentes a que é igual a função densidade de probabilidade de $X$ condicionada por $Y$? Justifique.

42 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional contínua com função densidade de probabilidade conjunta $f\_{X,Y}\left(x,y\right)$. Se $X$ e $Y$ são independentes a que é igual a função densidade de probabilidade de $Y$ condicionada por $X$? Justifique.

43 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta. Mostre que se $X$ e $Y$ são independentes, a função probabilidade de $X$ condicionada por $Y$ é igual à função probabilidade de $X$.

44 - Seja $\left(X,Y\right)$ uma variável aleatória bidimensional discreta. Mostre que se $X$ e $Y$ são independentes, a função probabilidade de $Y$ condicionada por $X$ é igual à função probabilidade de $Y$.